Prezentacja zainteresowań badawczych

Adrian Kosowski

Katedra Algorytmów i Modelowania Systemów
Politechnika Gdańska

adrian@kaims.pl

Zainteresowania badawcze

- **Podstawowy obszar badań**: **algorytmy dla problemów teorii grafów**
- **Cel**: optymalizacja wykorzystania zasobów w sieciach komputerowych
  - obniżenie kosztów eksploatacji
  - zapewnienie niezawodności działania
- Każdy rodzaj sieci wymaga odrębnego podejścia...
  - **różne rodzaje węzłów**: urządzenia przenośne, serwery sieci Internet, procesory w systemach rozproszonych,...
  - **różne łącza komunikacyjne**: optyczne, bezprzewodowe,...
- Najistotniejsze zagadnienia:
  - algorytmy przybliżone dla wybranych problemów kolorowania oraz routingu w grafach
  - algorytmy kolorowania grafów w rozproszonym modelu obliczeń
  - algorytmy dla agentów (robotów) przemieszczających się po grafie

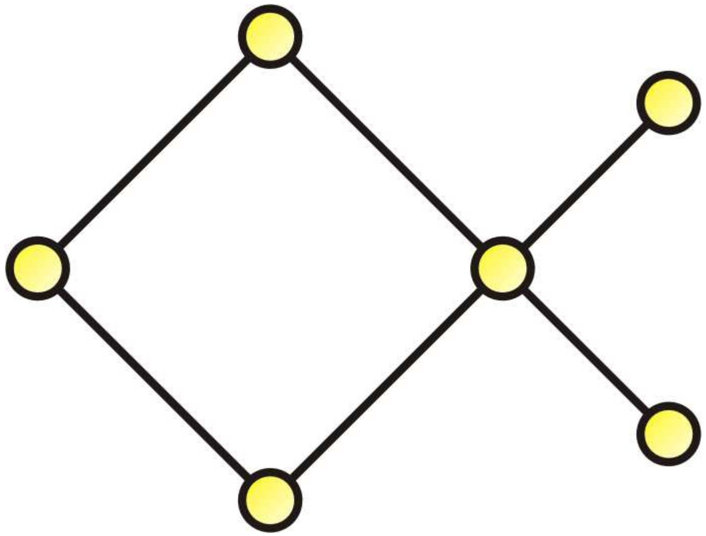
Kolorowanie krawędziowe grafu

(i jego warianty)

Punkt wyjścia do dalszych rozważań…

Klasyczny problem kolorowania krawędzi

- **Wejście:** graf nieskierowany $G = (V,E)$
- **Rozwiązanie:** przypisanie etykiet liczbowych do krawędzi, zadane przez funkcję kolorującą $c : E \rightarrow \{1,\ldots,C\}$, takie że sąsiadujące ze sobą krawędzie zawsze otrzymują różne kolory
- **Kryterium optymalizacji:** minimalizacja liczby użytych kolorów (C)



Motywacja dla kolorowania krawędzi?

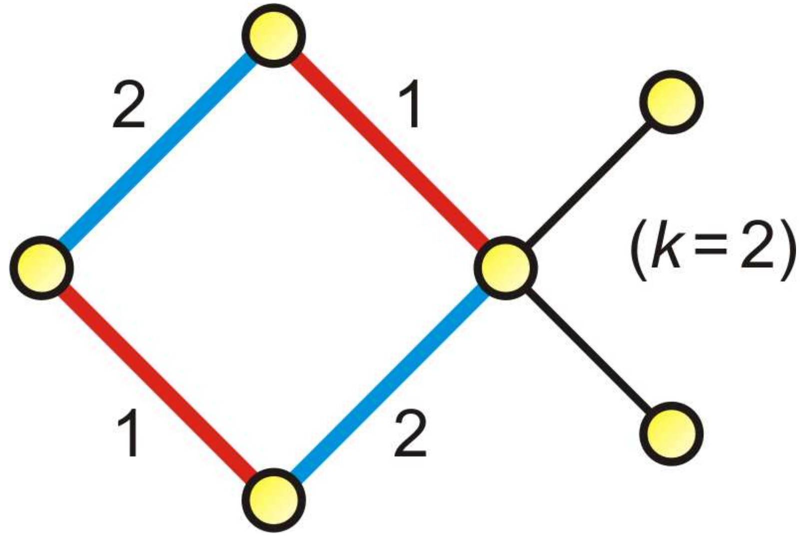
- Problem badany od ponad 100 lat, a wciąż pozostaje wiele do zrobienia!
- Problem trudny obliczeniowo, ale istnieją algorytmy pozwalające znaleźć rozwiązanie stosunkowo bliskie optymalnego (szczególnie interesujące dla multigrafów)

Przykładowe zastosowania:

- Szeregowanie zadań dwuprocesorowych
  - *Na przyjęcie przybyli goście, a każda para osób, które się znają, wita się uściskiem dłoni. Ile potrzeba przynajmniej czasu na powitanie, zakładając że każdy może jednocześnie podać rękę tylko jednej osobie?*
  - układanie kolejek w rozgrywkach ligowych (graf pełny),
    układanie harmonogramów i planów zajęć (graf dwudzielny),…
- Rozwiązywanie zagadnień związanych z optymalizacją sieci
  - alokacja kanałów do komunikacji satelitarnej
  - routing czysto optyczny w sieciach o topologii drzewa
  - routing w sieciach o bardzo gęstej topologii
  - inne problemy kolorowania grafów

Problem 1: kolorowanie z ograniczonymi zasobami

- *Podczas kryzysu*… mamy do dyspozycji bardzo ograniczoną liczbę zasobów, a chcielibyśmy mimo wszystko zrealizować jak najwięcej zadań
- Problem: ile, co najwyżej, krawędzi grafu można pokolorować przy użyciu zadanej liczby *k* kolorów?



- *Zagadnienie trudne obliczeniowo*
- *Te same zastosowania, co klasyczny problem kolorowania krawędzi* (*a nawet więcej, np. w geometrii obliczeniowej*)

Problem 1: kolorowanie z ograniczonymi zasobami

Złożoność obliczeniowa problemu:

- dla k=1, optymalne rozwiązanie znaleźć można w czasie wielomianowym (maksymalne skojarzenie w grafie)
- dla k≥2, problem trudny w aproksymacji (Feige, Ofek, & Wieder ’02)
  - dla k=2 trudny nawet w grafach podkubicznych planarnych (K., Małafiejski, Żyliński ‘07)

Pierwsze podejście. Algorytm zachłanny

Wykonaj poniższe kroki dla j=1,…,k:

1. Znajdź w grafie G maksymalne skojarzenie M_j.
2. Przypisz krawędziom skojarzenia M_j kolor j.
3. Usuń skojarzenie M_j z grafu.

- Współczynnik aproksymacji: $1 - (1 - 1/k)^k$ (dąży do 67% dla dużych wartości k)
- Jeżeli ograniczymy się do grafów prostych, istnieją dużo lepsze podejścia!

Problem 1: kolorowanie z ograniczonymi zasobami

Przypadek *k* = 2:

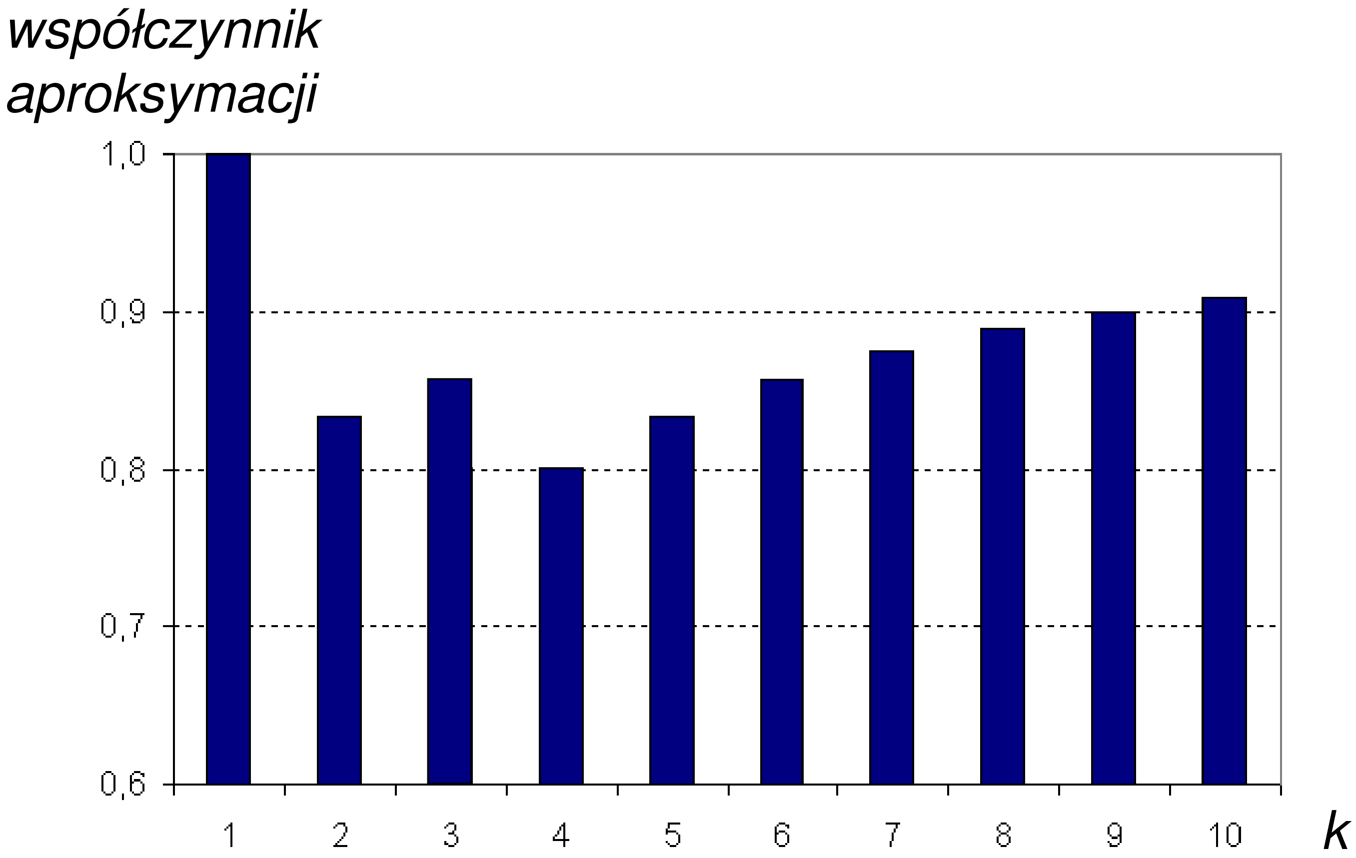
- 75% optimum – podejście zachłanne
- 80% optimum – podejście wykorzystujące beztrójkątowe 2-skojarzenie
- ulepszone podejście dla grafów małego stopnia (K., Małafiejski, Żyliński ‘07)
- 81.4% optimum (Chen & Tanahashi ’07)
- 82.9% optimum (Chen, Tanahashi, & Wang ’08)
- **83.3%** optimum (K. ’09)

Przypadek *k* = 3:

- 75% optimum – modyfikacja podejścia zachłannego
- 80% optimum (K. ’09)
- **86.7%** optimum (Rizzi ’09)

Powyższe przypadki wydają się być najistotniejsze z punktu widzenia zarówno teorii, jak i zastosowań.

Problem 1: kolorowanie z ograniczonymi zasobami



Problem 2: kolorowanie krawędziowe a routing?

Zagadnienie routingu (m.in. dla sieci światłowodowych)

Wejście

- graf reprezentujący topologię sieci
- instancja – (multi)zbiór *zgłoszeń*, czyli żądań komunikacyjnych pomiędzy parami wierzchołków grafu

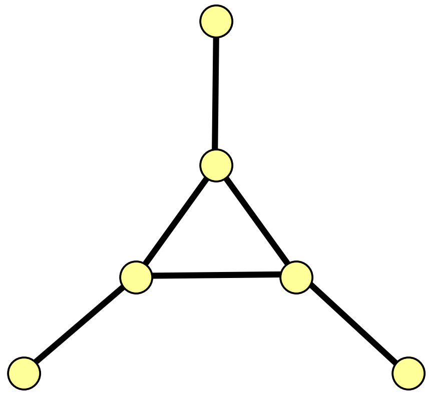
Problem

- znaleźć zbiór ścieżek R, takich że każdej parze wierzchołków $\{u, v\}$ instancji odpowiada ścieżka o końcach $\{u, v\}$ należąca do R
- próbujemy dobierać ścieżki w taki sposób, by nie używać żadnej z krawędzi grafu w zbyt dużej liczbie ścieżek
  - *unika się w ten sposób przeciążenia łącz*

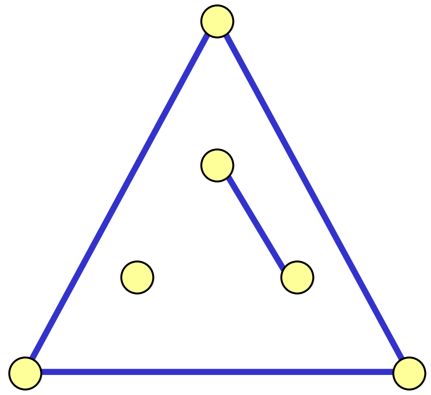
Problem 2: kolorowanie krawędziowe a routing?

Zagadnienie routingu w grafie: przykład

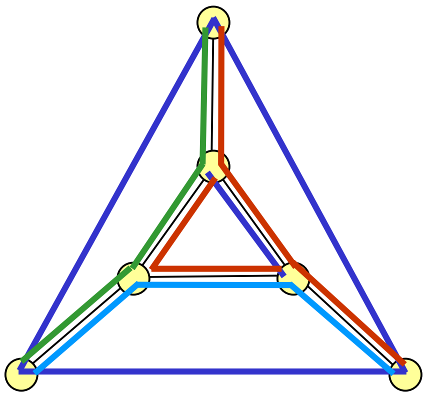
sieć



zbiór zgłoszeń



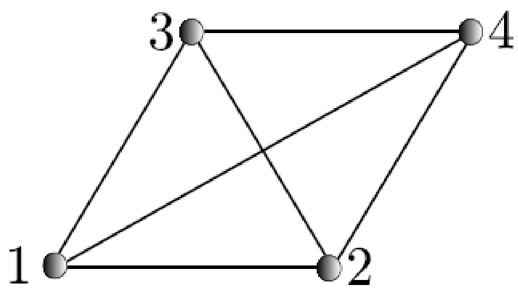
***rozwiązanie* (routing)**



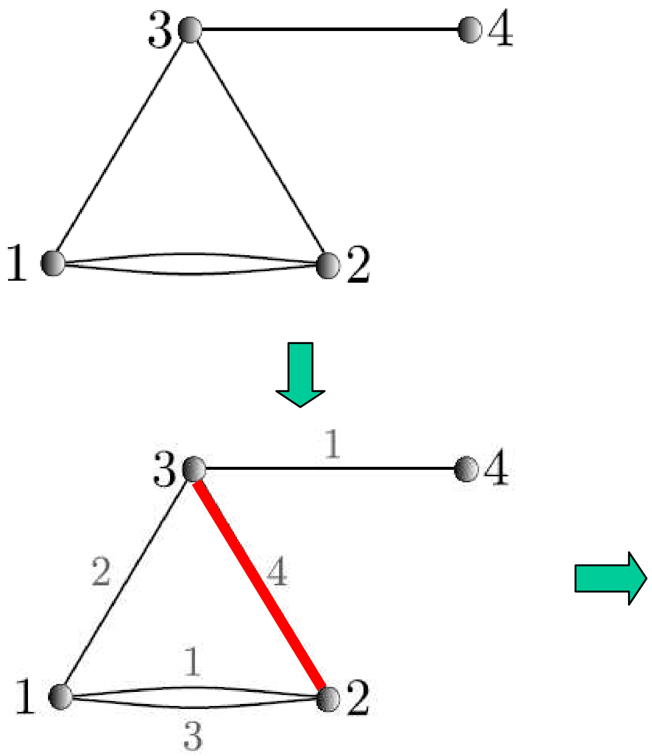
Problem 2: kolorowanie krawędziowe a routing?

Mała sztuczka w grafach pełnych: kolor krawędzi wyznacza trasę

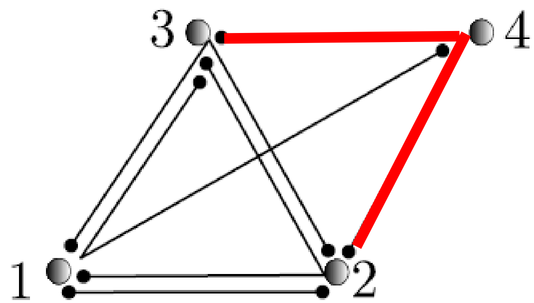
sieć



zbiór zgłoszeń



routing



Problem 2: kolorowanie krawędziowe a routing?

Kilka (niekoniecznie natychmiastowych) konsekwencji:

- **Algorytmy przybliżone dla problemu ścieżek rozłącznych (*Edge Disjoint Paths*) w grafie pełnym**
  - 27-przybliżony – przez trójpodział zbioru (Erlebach & Vukadinović ’01)
  - 17-przybliżony – przez przepływy niepodzielne (Kolman & Scheideler ’02)
  - 9-przybliżony – „zachłannie przydzielaj ścieżki długości co najwyżej 4” (Erlebach, Carmi, & Okamoto’03)
  - **3.75**-przybliżony – przez kolorowanie krawędziowe (K.’06)
  - *6.47-przybliżony – „zachłannie przydzielaj ścieżki długości co najwyżej 2” (kolorowanie krawędzi pojawia się w analizie…)*

- **Pytanie o złożoność obliczeniową określenia wartości parametru *„edge forwarding index”* dla grafu**
  - problem NP-trudny, w dowodzie wykorzystuje się kolorowanie krawędziowe (K.’08)

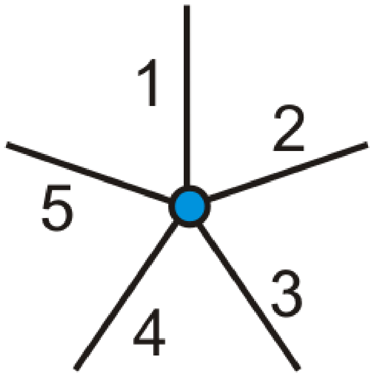
Co dalej?

Eksploracja grafów

Etykietowanie krawędzi, ale inaczej…

- **po wierzchołkach grafu porusza się autonomiczny agent/robot, wyposażony w niewielką ilość pamięci**
- **graf jest anonimowy, wierzchołki są nierozróżnialne**
- **nawigacja możliwa jest dzięki lokalnym etykietom umieszczonych na każdej krawędzi przy każdym z jej końców, tzw. *portom***

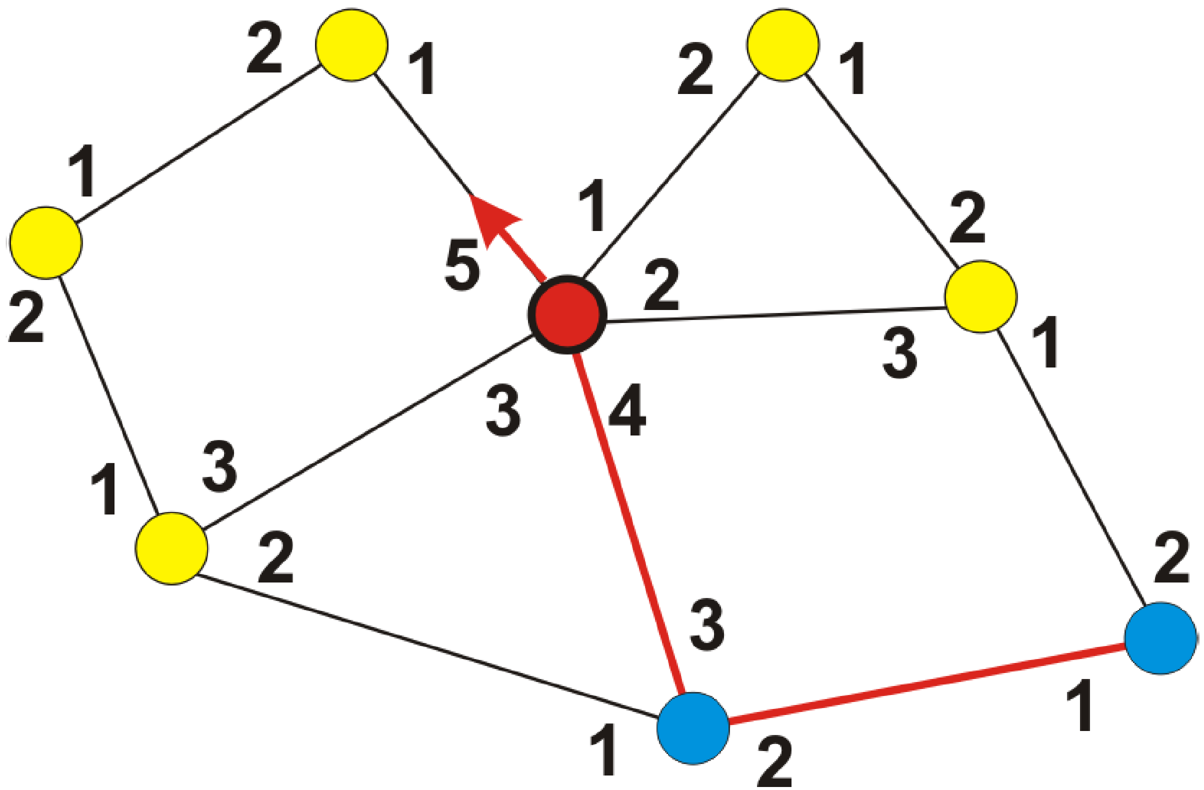
źródło: thinkgeek.com



Eksploracja grafów

Np. strategia „basic walk”:

wchodzimy portem *i*, wychodzimy portem *i*+1 (modulo stopień wierzchołka)



Eksploracja grafów

Zasadnicze pytania:

- **Jakie są właściwości poszczególnych strategii? (regularność, długość okresu eksploracji, wymagana pamięć…)**
- **Na ile takie podejścia przypominają błądzenie losowe w grafach czy też „ruchy Browna” drobin materii?**
- **Czy można dobrać etykiety portów tak, aby poprawić parametry eksploracji?**
- **Jaka jest odporność takich strategii na błędy?**

Najnowsze prace w tematyce eksploracji:

Cooper, Ilcinkas, Klasing, K. (*ICALP'09*)
K., Navarra (*MFCS'09*)
Bampas, Gąsieniec, Hanussee, Ilcinkas, Klasing, K. (*DISC'09*)
Kolenderska, K., Małafiejski, Żyliński (*SIROCCO'09*)
Bampas, Gąsieniec, Klasing, K., Radzik (*OPODIS'09*)
K., Navarra, Pinotti (*OPODIS'09*)
…

Dziękuję.