Nagroda im. Witolda Lipskiego

Piotr Sankowski
sank@mimuw.edu.pl

Instytut Informatyki

Uniwersytet Warszawski

Plan

- Algorytmy algebraiczne:

Plan

- Algorytmy algebraiczne:
  - maksymalne skojarzenia,

Plan

- Algorytmy algebraiczne:
  - maksymalne skojarzenia,
  - ważone skojarzenia,

Plan

- Algorytmy algebraiczne:
  - maksymalne skojarzenia,
  - ważone skojarzenia,
  - odległości w grafie.

Plan

- Algorytmy algebraiczne:
  - maksymalne skojarzenia,
  - ważone skojarzenia,
  - odległości w grafie.
- Dynamiczne algorytmy algebraiczne:

Plan

- Algorytmy algebraiczne:
  - maksymalne skojarzenia,
  - ważone skojarzenia,
  - odległości w grafie.
- Dynamiczne algorytmy algebraiczne:
  - domknięcie przechodnie,

Plan

- Algorytmy algebraiczne:
  - maksymalne skojarzenia,
  - ważone skojarzenia,
  - odległości w grafie.
- Dynamiczne algorytmy algebraiczne:
  - domknięcie przechodnie,
  - odległości w grafie.

Plan

- Algorytmy algebraiczne:
  - maksymalne skojarzenia,
  - ważone skojarzenia,
  - odległości w grafie.
- Dynamiczne algorytmy algebraiczne:
  - domknięcie przechodnie,
  - odległości w grafie.
- Spintronika.

Mnożenie macierzy

Dwie macierze rozmiaru $n \times n$ można pomnożyć czasie $O(n^{2.38})$.

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Mnożenie macierzy

Dwie macierze rozmiaru $n \times n$ można pomnożyć czasie $O(n^{2.38})$.

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Jakie inne problemy można rozwiązać w takim samym czasie?

Szybkie mnożenie macierzy

Niech ω oznacza wykładnik mnożenia macierzy rozmiaru $n \times n$ przez macierz rozmiaru $n \times n$.

Do wykonania mnożenia

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots & b_{1,n} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots & b_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n,1} & b_{n,2} & \cdots & b_{n,n} \end{bmatrix}$$

potrzeba $O(n^\omega)$ operacji.

Najlepsze znane ograniczenie górne to $\omega < 2.376$ — *Coppersmith, Winograd*.

Szybkie mnożenie macierzy

W czasie $O(n^\omega)$ możemy take dla macierzy rozmiaru $n \times n$:

Szybkie mnożenie macierzy

W czasie $O(n^\omega)$ możemy take dla macierzy rozmiaru $n \times n$:

- policzyć wyznacznik macierzy,

Szybkie mnożenie macierzy

W czasie $O(n^\omega)$ możemy take dla macierzy rozmiaru $n \times n$:

- policzyć wyznacznik macierzy,
- policzyć macierz odwrotną,

Szybkie mnożenie macierzy

W czasie $O(n^\omega)$ możemy take dla macierzy rozmiaru $n \times n$:

- policzyć wyznacznik macierzy,
- policzyć macierz odwrotną,
- rozwiązać układ równań,

Szybkie mnożenie macierzy

W czasie $O(n^\omega)$ możemy take dla macierzy rozmiaru $n \times n$:

- policzyć wyznacznik macierzy,
- policzyć macierz odwrotną,
- rozwiązać układ równań,
- policzyć macierz minorów głównych

$$\mathrm{adj}(A)_{i,j} = (-1)^{i+j} \det(A^{j,i}),$$

gdzie $A^{j,i}$ jest macierzą rozmiaru $(n-1) \times (n-1)$ otrzymaną z A przez usunięcie j'tego wiersza i i'tej kolumny.

Wyznacznik

Wyznacznik macierzy A rozmiaru $n \times n$ dany jest przez:

$$\det(A) = \sum_{p \in \Pi_n} \sigma(p) \prod_{i=0}^{n} a_{i,p_i}.$$

Wyznacznik

Wyznacznik macierzy A rozmiaru $n \times n$ dany jest przez:

$$\det(A) = \sum_{p \in \Pi_n} \sigma(p) \prod_{i=0}^{n} a_{i,p_i}.$$

Czy mona zakordować problem grafowy w macierzy A tak aby składniki tej sumy odpowiadały jego rozwiązaniom?

Wyznacznik

Wyznacznik macierzy A rozmiaru $n \times n$ dany jest przez:

$$\det(A) = \sum_{p \in \Pi_n} \sigma(p) \prod_{i=0}^{n} a_{i,p_i}.$$

Czy mona zakordować problem grafowy w macierzy A tak aby składniki tej sumy odpowiadały jego rozwiązaniom?

Testując niezerowość wyznacznika będziemy mogli sprawdzić czy ten problem ma rozwiązanie.

Skojarzenia w grafie

Dla danego grafu $G = (V, E)$ oznaczmy $n = |V|$ oraz $m = |E|$.

Skojarzeniem w grafie G nazywamy zbiór krawędzi $M \subseteq E$ taki, że żadne dwie krawędzie w M nie mają wspólnego końca.

Skojarzenia w grafie

Dla danego grafu $G = (V, E)$ oznaczmy $n = |V|$ oraz $m = |E|$.

Skojarzeniem w grafie G nazywamy zbiór krawędzi $M \subseteq E$ taki, że żadne dwie krawędzie w M nie mają wspólnego końca.

Doskonałe skojarzenie to skojarzenie o liczności $n/2$.

Skojarzenia w grafie

Dla danego grafu $G = (V, E)$ oznaczmy $n = |V|$ oraz $m = |E|$.

Skojarzeniem w grafie G nazywamy zbiór krawędzi $M \subseteq E$ taki, że żadne dwie krawędzie w M nie mają wspólnego końca.

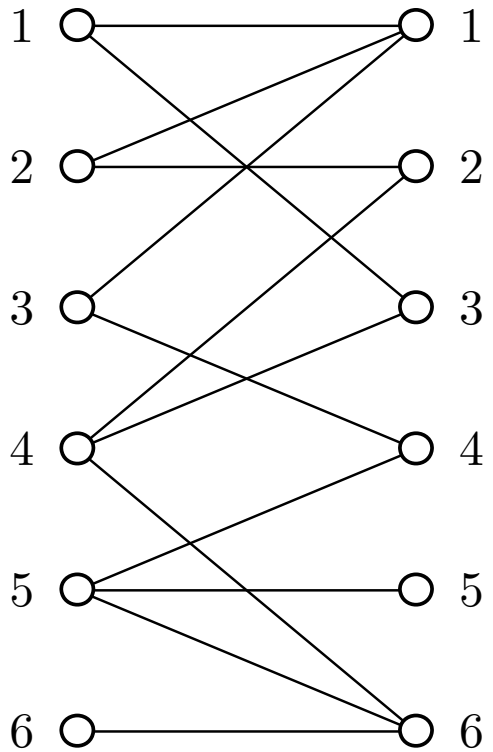
Doskonałe skojarzenie to skojarzenie o liczności $n/2$.

Chcemy znajdować doskonałe skojarzenia lub najliczniejsze skojarzenia w grafie.

Symboliczna macierz sąsiedztwa

Symboliczna macierz sąsiedztwa grafu dwudzielnego:

G



$\Longrightarrow$

$\tilde{A}(G)$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & 0 & x_{13} & 0 & 0 & 0 \\ x_{21} & x_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_{31} & 0 & 0 & x_{34} & 0 & 0 \\ 0 & x_{42} & x_{43} & 0 & 0 & x_{46} \\ 0 & 0 & 0 & x_{54} & x_{55} & x_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{66} \end{pmatrix}$$

Symboliczna macierz sąsiedztwa

$$\det \begin{pmatrix} x_{11} & 0 & x_{13} & 0 & 0 & 0 \\ x_{21} & x_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_{31} & 0 & 0 & x_{34} & 0 & 0 \\ 0 & x_{42} & x_{43} & 0 & 0 & x_{46} \\ 0 & 0 & 0 & x_{54} & x_{55} & x_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{66} \end{pmatrix} =$$

$$= -x_{13}x_{21}x_{34}x_{42}x_{55}x_{66} - x_{11}x_{22}x_{34}x_{43}x_{55}x_{66}.$$

Jednomiany wyznacznika odpowiadają doskonałym skojarzeniom w G. *(Lovász)*

Symboliczna macierz sąsiedztwa

Wyznacznik jest dany przez:

$$\det(A) = \sum_{p \in \Pi_n} \sigma(p) \prod_{i=1}^{n} a_{i,p_i}.$$

Symboliczna macierz sąsiedztwa

Wyznacznik jest dany przez:

$$\det(A) = \sum_{p \in \Pi_n} \sigma(p) \prod_{i=1}^{n} a_{i,p_i}.$$

Niezerowy składnik tej sumy dla każdego wierzchołka i zadaje inny wierzchołek p_i.

Symboliczna macierz sąsiedztwa

Wyznacznik jest dany przez:

$$\det(A) = \sum_{p \in \Pi_n} \sigma(p) \prod_{i=1}^{n} a_{i,p_i}.$$

Niezerowy składnik tej sumy dla każdego wierzchołka i zadaje inny wierzchołek p_i.

Składniki sumy odpowiadają doskonałym skojarzeniom w grafie.

Techniki algebraiczne

Poprzednie techniki algebraicznie:

- $O(n^{\omega}) = O(n^{2.38})$ testowanie i wyznaczanie liczności — Lovász,

Techniki algebraiczne

Poprzednie techniki algebraicznie:

- $O(n^{\omega}) = O(n^{2.38})$ testowanie i wyznaczanie liczności — Lovász,
- $O(n^{\omega+1}) = O(n^{3.38})$ znajdowanie — Rabin, Vazirani.

Nasze wyniki - razem z M. Muchą

Nowa metoda oparta na eliminacji Gaussa.

Nasze wyniki - razem z M. Muchą

Nowa metoda oparta na eliminacji Gaussa.

Algebraiczne algorytmy znajdujące najliczniejsze skojarzenia w grafach:
(Mucha & Sankowski FOCS 2004)

Nasze wyniki - razem z M. Muchą

Nowa metoda oparta na eliminacji Gaussa.

Algebraiczne algorytmy znajdujące najliczniejsze skojarzenia w grafach:
(Mucha & Sankowski FOCS 2004)

- bardzo prosty algorytm $O(n^3)$,

Nasze wyniki - razem z M. Muchą

Nowa metoda oparta na eliminacji Gaussa.

Algebraiczne algorytmy znajdujące najliczniejsze skojarzenia w grafach:
(Mucha & Sankowski FOCS 2004)

- bardzo prosty algorytm $O(n^3)$,
- algorytm $O(n^\omega) = O(n^{2.38})$.

Nasze wyniki - razem z M. Muchą

Nowa metoda oparta na eliminacji Gaussa.

Algebraiczne algorytmy znajdujące najliczniejsze skojarzenia w grafach:
(Mucha & Sankowski FOCS 2004)

- bardzo prosty algorytm $O(n^3)$,
- algorytm $O(n^\omega) = O(n^{2.38})$.

Obydwa algorytmy są randomizowane.

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy działają w czasie:

- $O(m\sqrt{n})$ dla grafów dwudzielnych — Hopcroft, Karp,

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy działają w czasie:

- $O(m\sqrt{n})$ dla grafów dwudzielnych — Hopcroft, Karp,
- $O(m\sqrt{n})$ dla dowolnych grafów — Micali, Vazirani,

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy działają w czasie:

- $O(m\sqrt{n})$ dla grafów dwudzielnych — Hopcroft, Karp,
- $O(m\sqrt{n})$ dla dowolnych grafów — Micali, Vazirani,

Dla grafów gęstych otrzymujemy czas $O(n^{2.5})$.

Grafy Planarne

Nasze wyniki *(Mucha & Sankowski ESA 2004)*:

- prosty algorytm $O(n^{\frac{3}{2}})$,

Grafy Planarne

Nasze wyniki *(Mucha & Sankowski ESA 2004)*:

- prosty algorytm $O(n^{\frac{3}{2}})$,
- algorytm $O(n^{\frac{\omega}{2}}) = O(n^{1.19})$.

Grafy Planarne

Nasze wyniki *(Mucha & Sankowski ESA 2004)*:

- prosty algorytm $O(n^{\frac{3}{2}})$,
- algorytm $O(n^{\frac{\omega}{2}}) = O(n^{1.19})$.

Najszybsze poprzednio znane algorytmy działają w czasie:

- $O(n^{\frac{4}{3}})$ dla dwudzielnych grafów planarnych— Klein, Rao, Rauch, Subramanian,

Grafy Planarne

Nasze wyniki *(Mucha & Sankowski ESA 2004)*:

- prosty algorytm $O(n^{\frac{3}{2}})$,
- algorytm $O(n^{\frac{\omega}{2}}) = O(n^{1.19})$.

Najszybsze poprzednio znane algorytmy działają w czasie:

- $O(n^{\frac{4}{3}})$ dla dwudzielnych grafów planarnych— Klein, Rao, Rauch, Subramanian,
- $O(n^{\frac{3}{2}})$ dla dowolnych grafów planarnych — Micali, Vazirani.

Skojarzenia ważone

Dla grafu $G = (V, E)$ mamy daną funkcję $w : E \to \{0, \ldots, W\}$ zadającą wagi krawędziom.

Skojarzenia ważone

Dla grafu $G = (V, E)$ mamy daną funkcję $w : E \to \{0, \ldots, W\}$ zadającą wagi krawędziom.

Waga skojarzenia to suma wag jego krawędzi.

Skojarzenia ważone

Dla grafu $G = (V, E)$ mamy daną funkcję $w : E \to \{0, \ldots, W\}$ zadającą wagi krawędziom.

Waga skojarzenia to suma wag jego krawędzi.

Chcemy znajdować doskonałe skojarzenia o jak największej wadze.

Wyniki

Nowa metoda redukcji problemu ważonego do problemu bez wag.

Wyniki

Nowa metoda redukcji problemu ważonego do problemu bez wag.

Algebraiczny algorytmy znajdujący najliczniejsze skojarzenie w grafach w czasie $O(n^{\omega}W) = O(n^{2.38}W)$.

Wyniki

Nowa metoda redukcji problemu ważonego do problemu bez wag.

Algebraiczny algorytmy znajdujący najliczniejsze skojarzenie w grafach w czasie $O(n^{\omega}W) = O(n^{2.38}W)$.

Algorytm jest randomizowany.

Wyniki

Nowa metoda redukcji problemu ważonego do problemu bez wag.

Algebraiczny algorytmy znajdujący najliczniejsze skojarzenie w grafach w czasie $O(n^{\omega}W) = O(n^{2.38}W)$.

Algorytm jest randomizowany.

Razem z M. Muchą pracujemy nad przypadkiem ogólnym.

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy dla grafów dwudzielnych działają w czasie:

- $O(nm)$ — Edmonds, Karp,

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy dla grafów dwudzielnych działają w czasie:

- $O(nm)$ — Edmonds, Karp,
- $O(\sqrt{n}m \log(nW))$ — Gabow, Tarjan.

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy dla grafów dwudzielnych działają w czasie:

- $O(nm)$ — Edmonds, Karp,
- $O(\sqrt{n}m \log(nW))$ — Gabow, Tarjan.

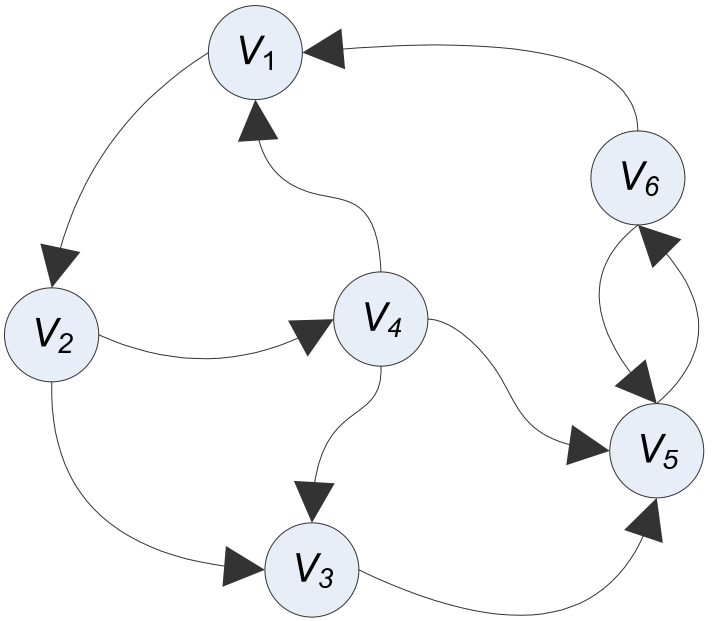
Dla grafów gęstych otrzymujemy czas $O(n^3)$ bądź $O(n^{2.5} \log(nW))$.

Domknięcie przechodnie

Mając dany graf skierowany $G = (V, E)$ chcemy dla każdego wierzchołka $v \in V$ określić do jakich wierzchołków istnieje z niego ścieżka.

Domknięcie przechodnie

Mając dany graf skierowany $G = (V, E)$ chcemy dla każdego wierzchołka $v \in V$ określić do jakich wierzchołków istnieje z niego ścieżka.

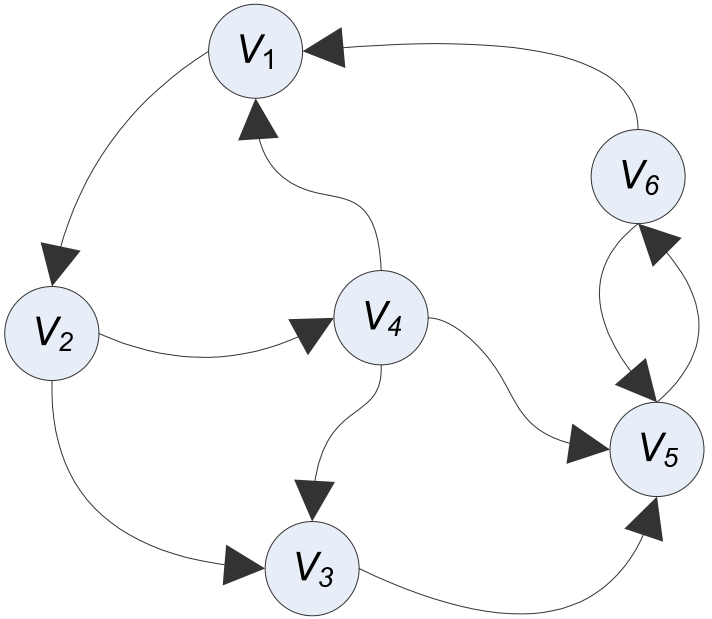


Czy do wierzchołka v_3 można dojść v_1?

Symboliczna macierz sąsiedztwa

Symboliczna macierz sąsiedztwa grafu:

G



$\Longrightarrow$

$$\tilde{A}(G) = \begin{pmatrix} 1 & x_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x_{2,3} & x_{2,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_{3,5} & 0 \\ x_{4,1} & 0 & x_{4,3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{5,6} \\ x_{6,1} & 0 & 0 & 0 & x_{6,5} & 1 \end{pmatrix}$$

Symboliczna macierz sąsiedztwa

Policzmy $\mathrm{adj}(A)_{1,3} = (-1)^{1+3} \det(A^{3,1})$.

$$A = \left(\begin{array}{c|cccc} 1 & x_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x_{2,3} & x_{2,4} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & x_{3,5} \\ \hline x_{4,1} & 0 & x_{4,3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ x_{6,1} & 0 & 0 & 0 & x_{6,5} \end{array}\right) \Longrightarrow A^{3,1} = \begin{pmatrix} x_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_{2,3} & x_{2,4} & 0 & 0 \\ 0 & x_{4,3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_{5,6} \\ 0 & 0 & 0 & x_{6,5} & 1 \end{pmatrix}$$

Symboliczna macierz sąsiedztwa

$$\det \begin{pmatrix} x_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_{2,3} & x_{2,4} & 0 & 0 \\ 0 & x_{4,3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_{5,6} \\ 0 & 0 & 0 & x_{6,5} & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= x_{1,2}x_{2,3} - x_{1,2}x_{2,4}x_{4,3} +$$

$$- x_{1,2}x_{2,3}x_{5,6}x_{6,5} + x_{1,2}x_{2,4}x_{4,3}x_{5,6}x_{6,5}.$$

Jednomiany tego wyznacznika odpowiadają ścieżkom z v_1 do v_3 w G.

Symboliczna macierz sąsiedztwa

Wyznacznik jest dany przez:

$$\det(A) = \sum_{p \in \Pi_n} \sigma(p) \prod_{i=1}^{n} a_{i,p_i}.$$

Symboliczna macierz sąsiedztwa

Wyznacznik jest dany przez:

$$\det(A) = \sum_{p \in \Pi_n} \sigma(p) \prod_{i=1}^{n} a_{i,p_i}.$$

Niezerowy składnik sumy to pokrycie grafu cyklami. Usunięcie j-tego wiersza i i-tej kolumny wymusza, aby pokrycie zawierało krawędź (j, i).

Symboliczna macierz sąsiedztwa

Wyznacznik jest dany przez:

$$\det(A) = \sum_{p \in \Pi_n} \sigma(p) \prod_{i=1}^{n} a_{i,p_i}.$$

Niezerowy składnik sumy to pokrycie grafu cyklami. Usunięcie j-tego wiersza i i-tej kolumny wymusza, aby pokrycie zawierało krawędź (j, i).

Składniki tej sumy odpowiadają ścieżkom w grafie plus ewentualnie dodatkowe cykle.

Odległości w grafach

Dla grafu $G = (V, E)$ mamy daną funkcję $w : E \to \{-W, \ldots, W\}$ zadającą wagi krawędziom.

Odległości w grafach

Dla grafu $G = (V, E)$ mamy daną funkcję $w : E \to \{-W, \ldots, W\}$ zadającą wagi krawędziom.

Długość ścieżki z v do w to suma wag jej krawędzi.

Odległości w grafach

Dla grafu $G = (V, E)$ mamy daną funkcję $w : E \to \{-W, \ldots, W\}$ zadającą wagi krawędziom.

Długość ścieżki z v do w to suma wag jej krawędzi.

Odległość z wierzchołka v do w to długość najkrótszej ścieżki z v do w.

Odległości w grafach

Dla grafu $G = (V, E)$ mamy daną funkcję $w : E \to \{-W, \ldots, W\}$ zadającą wagi krawędziom.

Długość ścieżki z v do w to suma wag jej krawędzi.

Odległość z wierzchołka v do w to długość najkrótszej ścieżki z v do w.

Dla danego wierzchołka v chcemy policzyć odległości do innych wierzchołków bądź stwierdzić, że jest cykl ujemnej długości.

Wyniki

Nowa metoda obliczania odległości w grafie poprzez obliczenie macierzy odwrotności — rozwiązanie układu równań.

Wyniki

Nowa metoda obliczania odległości w grafie poprzez obliczenie macierzy odwrotności — rozwiązanie układu równań.

Algebraiczny algorytmy obliczający odległości z danego wierzchołka w czasie $O(n^{\omega}W) = O(n^{2.38}W)$.

Wyniki

Nowa metoda obliczania odległości w grafie poprzez obliczenie macierzy odwrotności — rozwiązanie układu równań.

Algebraiczny algorytmy obliczający odległości z danego wierzchołka w czasie $O(n^{\omega}W) = O(n^{2.38}W)$.

Algorytm jest randomizowany.

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy działają w czasie:

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy działają w czasie:

- $O(nm)$ — Belman, Ford,

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy działają w czasie:

- $O(nm)$ — Belman, Ford,
- $O(\sqrt{n}m \log(W))$ — Goldberg,

Poprzednie wyniki

Najszybsze dotychczas znane algorytmy działają w czasie:

- $O(nm)$ — Belman, Ford,
- $O(\sqrt{n}m \log(W))$ — Goldberg,

Dla grafów gęstych otrzymujemy czas $O(n^3)$ bądź $O(n^{2.5} \log(nW))$.

Problemy dynamiczne

Metody algebraiczne okazały się bardzo przydatne dla następujących problemów:

- najliczniejsze skojarzenia,

Problemy dynamiczne

Metody algebraiczne okazały się bardzo przydatne dla następujących problemów:

- najliczniejsze skojarzenia,
- ważone skojarzenia,

Problemy dynamiczne

Metody algebraiczne okazały się bardzo przydatne dla następujących problemów:

- najliczniejsze skojarzenia,
- ważone skojarzenia,
- domknięcie przechodnie,

Problemy dynamiczne

Metody algebraiczne okazały się bardzo przydatne dla następujących problemów:

- najliczniejsze skojarzenia,
- ważone skojarzenia,
- domknięcie przechodnie,
- odległości w grafie:

Problemy dynamiczne

Metody algebraiczne okazały się bardzo przydatne dla następujących problemów:

- najliczniejsze skojarzenia,
- ważone skojarzenia,
- domknięcie przechodnie,
- odległości w grafie:
  - z jednego wierzchołka,
  - między wszystkimi parami wierzchołków.

Problemy dynamiczne

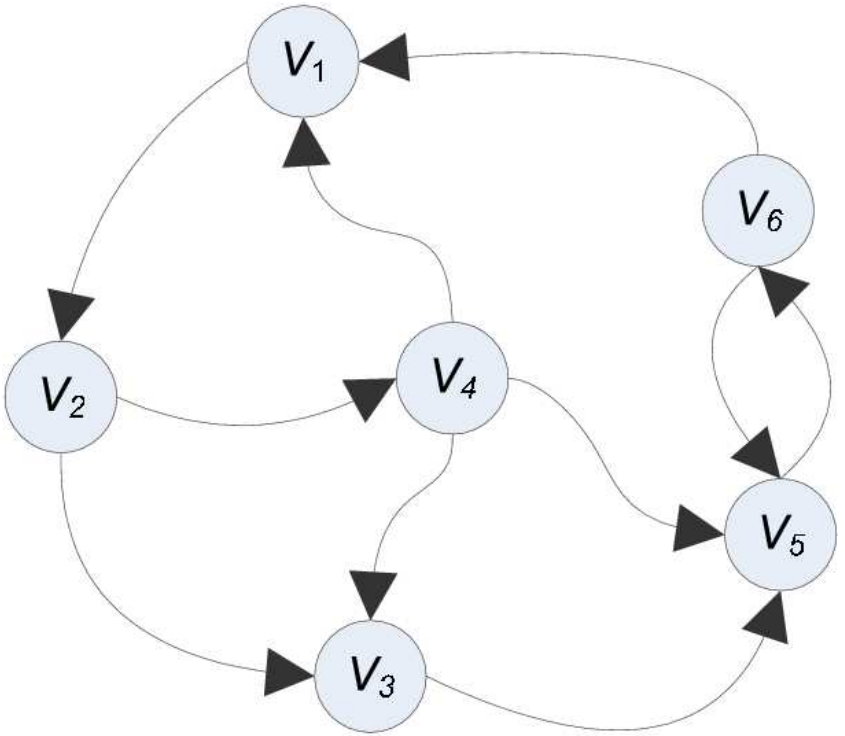
Metody algebraiczne okazały się bardzo przydatne dla następujących problemów:

- najliczniejsze skojarzenia,
- ważone skojarzenia,
- domknięcie przechodnie,
- odległości w grafie:
  - z jednego wierzchołka,
  - między wszystkimi parami wierzchołków.

Czy take w przypadku dynamicznym można wykorzystać te techniki?

Domknięcie przechodnie

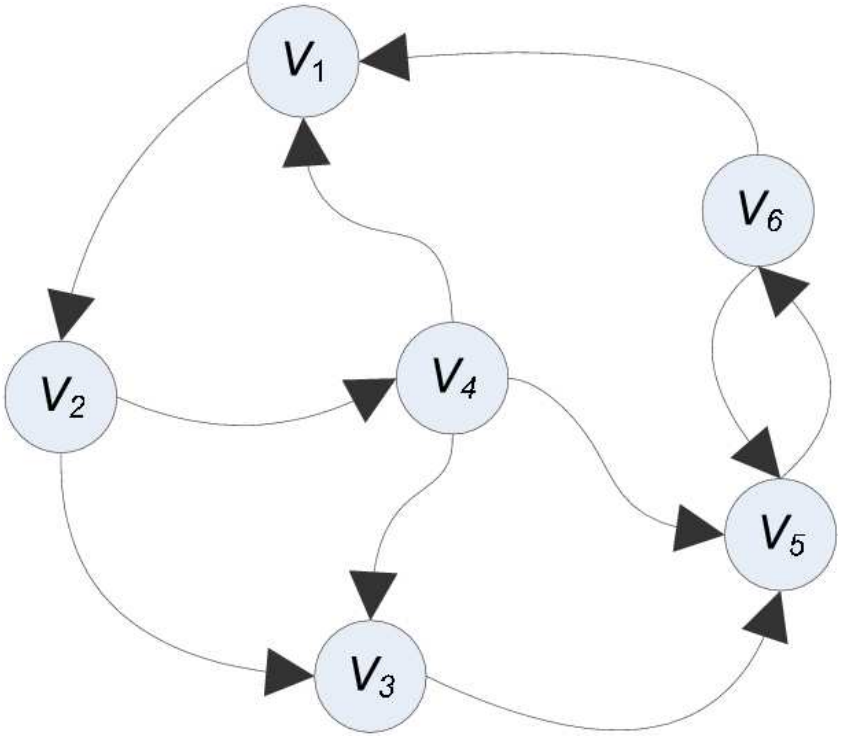
Dla danego grafu:



sprawdzić czy do v_2 można dojść v_4?

Domknięcie przechodnie

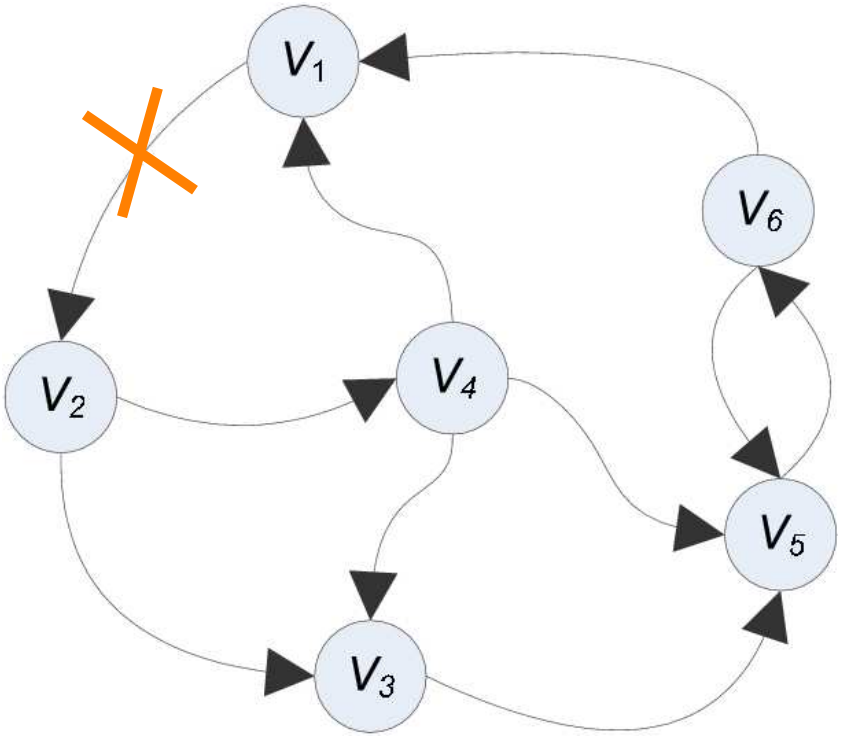
Dla danego grafu:



sprawdzić czy do v_2 można dojść v_4? TAK

Domknięcie przechodnie

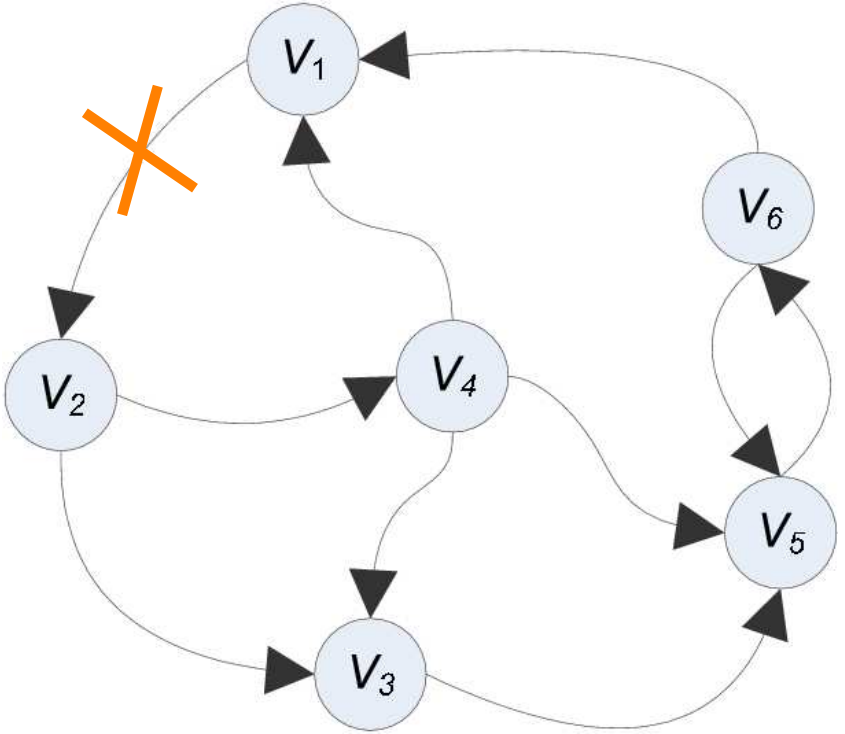
Dla danego grafu:



sprawdzić czy do v_2 można dojść v_4?

Domknięcie przechodnie

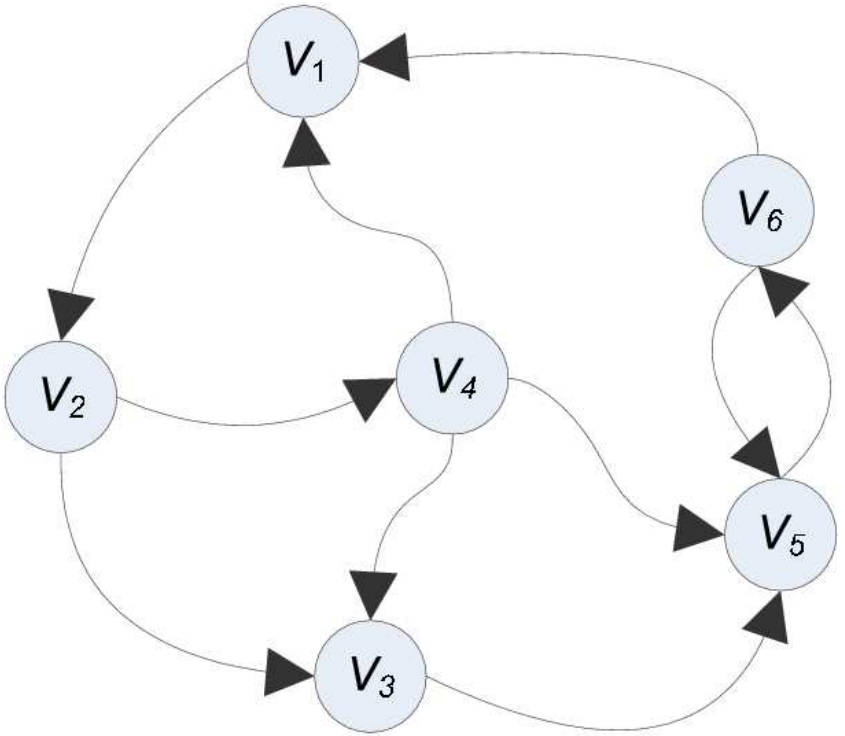
Dla danego grafu:



sprawdzić czy do v_2 można dojść v_4? NIE

Odległości

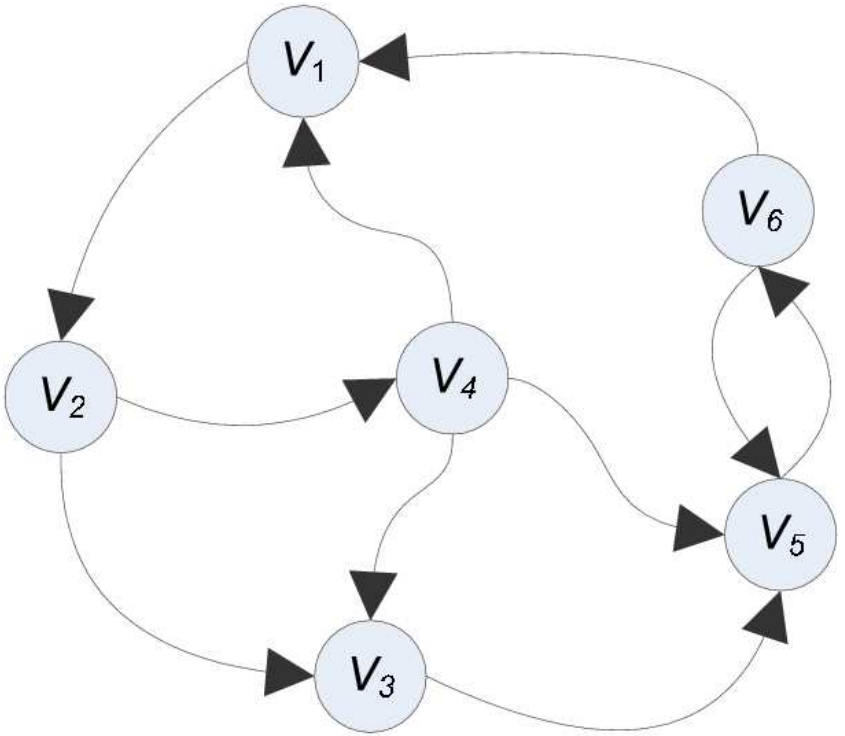
Dla danego grafu:



obliczyć odległości v_1 do v_3?

Odległości

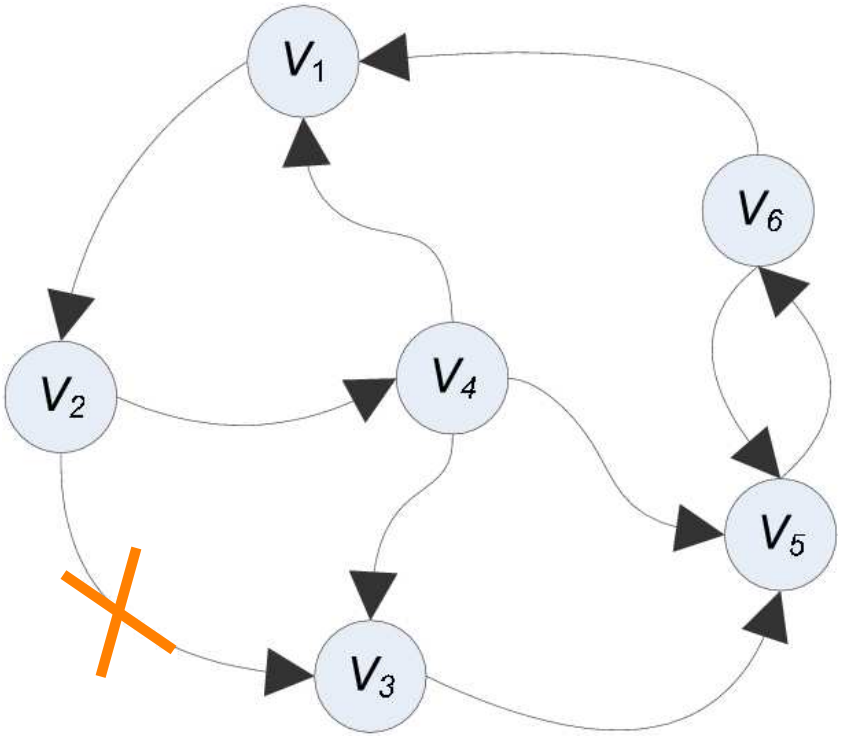
Dla danego grafu:



obliczyć odległości v_1 do v_3? 2

Odległości

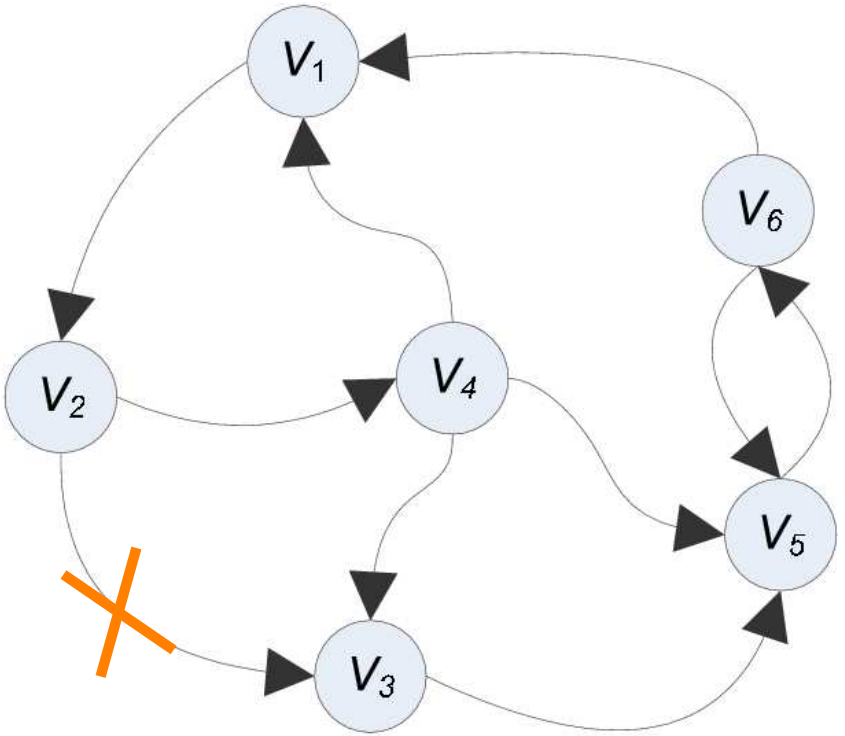
Dla danego grafu:



obliczyć odległości v_1 do v_3?

Odległości

Dla danego grafu:



obliczyć odległości v_1 do v_3? 3

Problemy macierzowe

Na obliczenie wyznacznika potrzebujemy $O(n^\omega)$ operacji arytmetycznych.

Problemy macierzowe

Na obliczenie wyznacznika potrzebujemy $O(n^\omega)$ operacji arytmetycznych.

Czy po małej zmianie w macierzy można policzyć wyznacznik szybciej?

Problemy macierzowe

Na obliczenie wyznacznika potrzebujemy $O(n^\omega)$ operacji arytmetycznych.

Czy po małej zmianie w macierzy można policzyć wyznacznik szybciej?

TAK:

Problemy macierzowe

Na obliczenie wyznacznika potrzebujemy $O(n^\omega)$ operacji arytmetycznych.

Czy po małej zmianie w macierzy można policzyć wyznacznik szybciej?

TAK:

- po zmianie całej kolumny w czasie $O(n^2)$,

Problemy macierzowe

Na obliczenie wyznacznika potrzebujemy $O(n^\omega)$ operacji arytmetycznych.

Czy po małej zmianie w macierzy można policzyć wyznacznik szybciej?

TAK:

- po zmianie całej kolumny w czasie $O(n^2)$,
- po zmianie jednego elementu w czasie $O(n^{1.58})$.

(Sankowski FOCS 2004)

Problemy macierzowe

W przypadku dynamicznego obliczania macierzy odwrotności i minorów głównych wystarcza:

Problemy macierzowe

W przypadku dynamicznego obliczania macierzy odwrotności i minorów głównych wystarcza:

- $\mathbf{O(n^2)}$ czasu na zmianę kolumny i $\mathbf{O(1)}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,

Problemy macierzowe

W przypadku dynamicznego obliczania macierzy odwrotności i minorów głównych wystarcza:

- $\mathbf{O(n^2)}$ czasu na zmianę kolumny i $\mathbf{O(1)}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,
- $\mathbf{O(n^{1.58})}$ czasu na zmianę elementu i $\mathbf{O(n^{0.58})}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,

Problemy macierzowe

W przypadku dynamicznego obliczania macierzy odwrotności i minorów głównych wystarcza:

- $\mathbf{O(n^2)}$ czasu na zmianę kolumny i $\mathbf{O(1)}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,
- $\mathbf{O(n^{1.58})}$ czasu na zmianę elementu i $\mathbf{O(n^{0.58})}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,

Dolne granice $\Omega(n)$ — Frandsen, Hansen, Miltersen.

Domknięcie przechodnie

Przy pomocy tych algorytmów możemy skonstruować algorytmy dla dynamicznego domknięcia przechodniego potrzebujące:

Domknięcie przechodnie

Przy pomocy tych algorytmów możemy skonstruować algorytmy dla dynamicznego domknięcia przechodniego potrzebujące:

- $\mathbf{O(n^2)}$ czasu na zmianę krawędzi i $\mathbf{O(1)}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,
- $\mathbf{O(n^{1.58})}$ czasu na zmianę krawędzi i $\mathbf{O(n^{0.58})}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,

Domknięcie przechodnie

Przy pomocy tych algorytmów możemy skonstruować algorytmy dla dynamicznego domknięcia przechodniego potrzebujące:

- $\mathbf{O(n^2)}$ czasu na zmianę krawędzi i $\mathbf{O(1)}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,
- $\mathbf{O(n^{1.58})}$ czasu na zmianę krawędzi i $\mathbf{O(n^{0.58})}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,

Najlepszy poprzedni wynik: $O(n^2)$ czasu amortyzowanego na zmianę $O(1)$ na zapytanie — Dematrescu, Italiano.

Odległości w grafach

Rozbudowywując technikę dla domknięcia przechodniego uzyskujemy algorytm dynamicznie obliczający odległości w grafie potrzebujący:

Odległości w grafach

Rozbudowywując technikę dla domknięcia przechodniego uzyskujemy algorytm dynamicznie obliczający odległości w grafie potrzebujący:

- $\mathbf{O}(\mathbf{n}^{1.94})$ czasu na zmianę krawędzi i $\mathbf{O}(\mathbf{n}^{1.3})$ czasu na odpowiedź na zapytanie,

(Sankowski COCOON 2005)

Odległości w grafach

Rozbudowywując technikę dla domknięcia przechodniego uzyskujemy algorytm dynamicznie obliczający odległości w grafie potrzebujący:

- $\mathbf{O(n^{1.94})}$ czasu na zmianę krawędzi i $\mathbf{O(n^{1.3})}$ czasu na odpowiedź na zapytanie,
  (Sankowski COCOON 2005)

Najlepszy poprzedni wynik: $O(n^2)$ czasu amortyzowanego na zmianę $O(1)$ na zapytanie — Dematrescu, Italiano.

Podsumowanie I

Pokazałem algebraiczne algorytmy dla

- najliczniejszych skojarzeń — $O(n^{2.38})$ (z M. Muchą),

Podsumowanie I

Pokazałem algebraiczne algorytmy dla

- najliczniejszych skojarzeń — $O(n^{2.38})$ (z M. Muchą),
- planarnych skojarzeń — $O(n^{1.19})$ (z M. Muchą),

Podsumowanie I

Pokazałem algebraiczne algorytmy dla

- najliczniejszych skojarzeń — $O(n^{2.38})$ (z M. Muchą),
- planarnych skojarzeń — $O(n^{1.19})$ (z M. Muchą),
- ważonych dwudzielnych skojarzeń — $O(Wn^{2.38})$,

Podsumowanie I

Pokazałem algebraiczne algorytmy dla

- najliczniejszych skojarzeń — $O(n^{2.38})$ (z M. Muchą),
- planarnych skojarzeń — $O(n^{1.19})$ (z M. Muchą),
- ważonych dwudzielnych skojarzeń — $O(Wn^{2.38})$,
- odległości dla wag ujemnych — $O(Wn^{2.38})$,

Podsumowanie I

Pokazałem algebraiczne algorytmy dla

- najliczniejszych skojarzeń — $O(n^{2.38})$ (z M. Muchą),
- planarnych skojarzeń — $O(n^{1.19})$ (z M. Muchą),
- ważonych dwudzielnych skojarzeń — $O(Wn^{2.38})$,
- odległości dla wag ujemnych — $O(Wn^{2.38})$,
- dynamiczne domknięcie przechodnie — $O(n^{1.58})$,

Podsumowanie I

Pokazałem algebraiczne algorytmy dla

- najliczniejszych skojarzeń — $O(n^{2.38})$ (z M. Muchą),
- planarnych skojarzeń — $O(n^{1.19})$ (z M. Muchą),
- ważonych dwudzielnych skojarzeń — $O(Wn^{2.38})$,
- odległości dla wag ujemnych — $O(Wn^{2.38})$,
- dynamiczne domknięcie przechodnie — $O(n^{1.58})$,
- dynamiczne odległości — czas $O(n^{1.94})$.

Spintronika

Spintronika

Spintronika to elektronika wykorzystująca do przechowywania bądź przesyłania informacji spin elektronu.

Spintronika

Spintronika to elektronika wykorzystująca do przechowywania bądź przesyłania informacji spin elektronu.

Przykładami urządzeń spintronicznych są:

- głowice dysków twardych,

Spintronika

Spintronika to elektronika wykorzystująca do przechowywania bądź przesyłania informacji spin elektronu.

Przykładami urządzeń spintronicznych są:

- głowice dysków twardych,
- magnetyczne pamięci RAM,

Spintronika

Spintronika to elektronika wykorzystująca do przechowywania bądź przesyłania informacji spin elektronu.

Przykładami urządzeń spintronicznych są:

- głowice dysków twardych,
- magnetyczne pamięci RAM,
- tranzystor spinowy.

Spintronika

Spintronika to elektronika wykorzystująca do przechowywania bądź przesyłania informacji spin elektronu.

Przykładami urządzeń spintronicznych są:

- głowice dysków twardych,
- magnetyczne pamięci RAM,
- tranzystor spinowy.

Do konstrukcji tych urządzeń potrzebne są odpowiednie materiały.

Spintronika

Zajmuję się stworzeniem modelu teoretycznego materiałów półprzewodnikowych, który umożliwiłby dobry opis efektów, takich jak:

Spintronika

Zajmuję się stworzeniem modelu teoretycznego materiałów półprzewodnikowych, który umożliwiłby dobry opis efektów, takich jak:

- oddziaływanie materiałów magnetycznych,

Spintronika

Zajmuję się stworzeniem modelu teoretycznego materiałów półprzewodnikowych, który umożliwiłby dobry opis efektów, takich jak:

- oddziaływanie materiałów magnetycznych,
- wstrzykiwanie spinów,

Spintronika

Zajmuję się stworzeniem modelu teoretycznego materiałów półprzewodnikowych, który umożliwiłby dobry opis efektów, takich jak:

- oddziaływanie materiałów magnetycznych,
- wstrzykiwanie spinów,
- transport spinów,

Spintronika

Zajmuję się stworzeniem modelu teoretycznego materiałów półprzewodnikowych, który umożliwiłby dobry opis efektów, takich jak:

- oddziaływanie materiałów magnetycznych,
- wstrzykiwanie spinów,
- transport spinów,
- detekcja spinów.

Podsumowanie II

Chciałem podziękować moim promotorom:

Perle

Kacman

Krzysztofowi

Diksowi